

Analisis Fisika Mekanis Sederhana pada Permainan Billiard

Iko Saptinus (08/270108/PA/12213)

Abstract

Permainan Billiard tidak bisa lepas dari konsep-konsep fisika. Ketika bola utama (bola putih) dipukul oleh stick dan meluncur, kemudian menggelinding (berotasi) hingga menumbuk bola lainnya, sangatlah perlu untuk diketahui bagaimana hal-hal tersebut dapat dikontrol, terutama penting bagi para pemain Billiard.

Banyak kontrol yang bisa digunakan dalam permainan ini. Namun, yang paling dominan adalah berasal dari pukulan tongkat stick. Yangmana saat memukul inilah ketelitian seorang pemain dalam menentukan gaya yang akan dia kenakan terhadap bola utama akan menjadi faktor utama yang nantinya mempengaruhi gerak bola, kecepatan gerak bola, arah bola, yang akhirnya merupakan penentu masuk tidaknya bola yang diinginkan ke dalam lubang.

Keywords : Fisika Billiard, mekanika Biliard.

Pendahuluan

Permainan Billiard berasal sejak sekitar abad ke 15. Namun, kurang jelas bangsa mana yang pertama kali menemukan permainan tersebut. Ada yang mengatakan China, Itali, Spanyol, maupun Perancis. Tetapi, saat ini, hampir seluruh negara didunia mengenal permainan ini, termasuk di Indonesia.

Permainan ini terdiri atas bola-bola billiard, stick pemukul, dan meja billiard. Permainan ini secara dasar merupakan aplikasi dari konsep fisika mekanik yaitu momentum. Dimana untuk bisa mengendalikan bola-bola dalam permainan ini agar bisa diarahkan ke lubang, maka seorang pemain haruslah mengetahui konsep dasar dari momentum itu sendiri. Dalam hal ini adalah tumbukan.

Gaya luar yang dilepaskan oleh stick, sehingga menghasilkan kecepatan awal bola, yang sebelumnya telah diarahkan terhadap posisi tertentu agar menumbuk bola yang ingin dimasukan, sudut stick pemukul terhadap bola putih, hal-hal tersebut sangatlah berpengaruh pada keberhasilan seorang pemain untuk memasukan bola ke lubang yang diinginkan.

Dasar teori

- Hukum Newton

Hukum Newton I, hukum Inertia:

“ Apabila gaya yang bekerja pada suatu benda adalah nol, maka benda tersebut akan tetap diam atau bergerak lurus beraturan dengan kecepatan konstan. “

Dalam permainan ini, saat bola diam, menunjukkan tidak adanya gaya yang bekerja terhadap bola, sehingga tidak akan ada gerakan sampai ada gaya luar (ini berarti sodokan dari pemain) yang bekerja padanya.

Hukum Newton II, $\sum F=ma$,

“ Percepatan dari sebuah objek, merupakan perbandingan langsung terhadap Gaya total yang bekerja pada benda, dan merupakan perbandingan terbalik terhadap massa benda tersebut. ”

Gaya yang dipakai dalam permainan ini berasal dari tongkat billiard, yang ketika mengenai bola akan menyebabkan adanya percepatan pada bola tersebut, sehingga akan bergerak dan mendorong bola-bola yang lain.

- Linier Momentum

Yang dimaksud dengan linier momentum adalah hasil kali antara kecepatan dengan massa dari benda tersebut, yang biasanya dinotasikan dengan symbol **p**.

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

Selanjutnya, persamaan dari hukum kedua newton bisa kita tuliskan dalam bentuk $F = \frac{dp}{dt}$, yang apabila boleh diartikan berarti

Ketika sebuah gaya tunggal mengenai sebuah benda, maka gaya tersebut sama dengan perubahan waktu dari momentum linier benda tersebut.

- Gaya Gesek

Gaya gesek merupakan gaya tolak menolak antara 2 permukaan yang saling kontak secara langsung. Begitu pula dalam permainan ini, tidak lepas dari adanya gaya gesek yang sangat berpengaruh pada gerak bola diatas meja billiard. Bisa dibayangkan, andai saja tidak ada gaya gesek yang berpengaruh pada permainan ini, bisa dipastikan bola yang kita pukul tidak akan pernah berhenti, dan akan terus menerus bergerak-gerak kecuali sampai bola tersebut menumbuk bola lainnya yang menimbulkan gaya tolakan sehingga “mungkin” akan menyebabkannya berhenti.

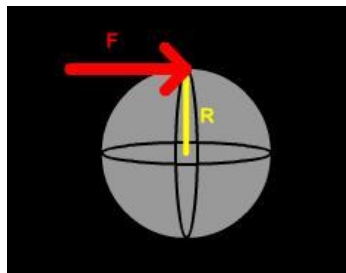
Ada dua macam gaya gesek, yaitu gaya gesek static dan gaya gesek kinetic. Gaya gesek static adalah gaya gesek yang mempertahankan benda agar tetap dalam keadaan diam. Bisa dijelaskan, bahwa gaya gesek static merupakan batas minimal gaya yang diperlukan untuk menggerakkan suatu benda. Sedangkan gaya gesek kinetic adalah gaya gesek yang timbul saat benda bergerak.

- Energi Kinetik

Secara sederhananya, energy kinetic dari sebuah benda yang bergerak sebanding dengan setengah dari hasil kali antara masa dengan kecepatan kuadrat ($\frac{1}{2}mv^2$). Keahlian seorang pemain billiard dalam mengontrol energi kinetic supaya tidak terlalu kecil dan tidak terlalu besar sangatlah penting untuk bisa mengontrol bola selama permainan. Seperti yang telah diketahui, kita hanya dapat mengontrol kecepatan gerak bola tersebut dan tidak bisa mengontrol massa bola billiard karena memang sudah ditentukan. Ini menunjukkan, bahwa kita harus mengontrol kecepatan untuk mendapatkan besar energy kinetic yang sesuai seperti kita butuhkan.

- Torque

Torque merupakan gaya utama pada gerak rotasi, yang mana merupakan hasil dari gaya luar, jari-jari, dan sin teta (θ). Untuk semua gaya yang dikenakan pada suatu benda(bola) dengan jari-jari r, supaya memperoleh nilai torque yang maksimum, maka bola harus di pukul dengan sudut teta sebesar 90° (perpendicular) antara gaya dan jari-jari bola tersebut :



Ini dikarenakan $\sin(90^\circ) = 1$, yangmana merupakan kemungkinan paling besar untuk memperoleh nilai sin paling maksimum.

Pembahasan

1. SHOT

Sebuah permainan billiard selalu diawali dengan sebuah pukulan (shot) pada bola putih. Dimana dari shot inilah seorang pemain dapat mengatur kecepatan dan arah bola sesuai yang dia inginkan.

Untuk memudahkan, dalam kasus ini, gerak menarik tongkat ke belakang akan kita asumsikan sama dengan gerakan menarik sebuah pegas kebelakang. Ini berarti jarak (seberapa jauh) kita menarik tongkat kebelakang akan berbanding langsung dengan kekuatan yang akan dihasilkan. Dengan menggunakan hukum Hooke, yang menjelaskan gerakan pegas dengan persamaan $F = -kx$, kita dapat mencoba menghitung Gaya yang bekerja pada bola putih berdasar jarak tarikan tongkat tersebut.

Pada saat gaya diberikan terhadap bola putih, ada dua besaran yang harus dihitung. Yang pertama yaitu kecepatan awal gerak bola setelah dipukul dengan tongkat. Dalam kasus ini, kita menggunakan hukum Newton yang kedua,

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Kemudian dengan hukum Hooke, maka

$$-k\vec{x} = m\vec{a} = m \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

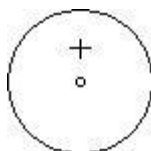
$$\Delta\vec{v} = \frac{-k\vec{x}\Delta t}{m}$$

Dengan mengasumsikan kecepatan awal bola putih adalah nol, maka

$$\vec{v} = \frac{-k\Delta t}{m}\vec{x} \quad ,$$

Besarnya Δt dalam persamaan ini adalah total waktu sesaat ketika tongkat kontak langsung (memukul) dengan bola putih, yang mana besar Δt ini biasanya relative konstan untuk segala pukulan (ini dikarenakan tongkat dan bola yang dipukul juga rlariv sama) sekitar 10 milidetik. Untuk m , yang merupakan massa dari bola billiard pada umumnya adalah 0,5 kg, sedang untuk nilai k merupakan konstanta pegas dari hukum Hooke, serta vector x merupakan jarak antara bola putih(setelah terlempar) dengan posisi ujung tongkat setelah tongkat ditarik kembali kebelakang.

Selain kecepatan pada gerak lurus, masih ada aspek kecepatan lain yang perlu diperhitungkan, yaitu kecepatan rotasi bola itu sendiri.



kita pandang lingkaran tersebut merupakan bola putih yang dilihat dari belakang (pandangan pemain).

Bila lingkaran kecil ditengah merupakan pusat bola (pusat massa), dan bola dipukul pada tanda (+), maka bola akan memiliki kecepatan sudut awal, yang akan mempengaruhi gerak bola.

Untuk menghitung besar kecepatan ini, kita memakai konsep gerak melingkar melalui persamaan :

$$\tau = I\alpha$$

Dalam persamaan tersebut, τ (torque) merupakan gaya pada gerak melingkar dengan persamaan :

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

(r disini merupakan vektor yang mewakili jari-jari bola putih pada saat dipukul)

Sedang untuk moment inertiannya (I), diperoleh dari persamaan :

$$I = \frac{2}{5} mR^2$$

(R disini adalah besaran skalar, yang merupakan jari-jari bola putih tersebut).

Apabila kita menyatukan persamaan-persamaan diatas, maka diperoleh

$$\vec{r} \times (-k\vec{x}) = \frac{2}{5} mR^2 \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

$$\Delta\vec{\omega} = \frac{5}{2} \left(\frac{\Delta t}{mR^2} \right) (\vec{r} \times (-k\vec{x}))$$

Dengan berasumsi bahwa kecepatan awal sebelum ada pukulan adalah nol, maka kita dapat menyederhanakan persamaan tersebut menjadi :

$$\vec{\omega} = \frac{5}{2} \left(\frac{\Delta t}{mR^2} \right) (\vec{r} \times (-k\vec{x}))$$

Dengan persamaan tersebut, kita dapat menghitung besar kecepatan linier dan kecepatan sudut gerak bola setelah dipukul. Sehingga ketika bola putih akan mulai bergerak dengan adanya kecepatan awal tersebut.

2. BALL IN MOTION

Setelah bola putih bergerak, maka satu-satunya gaya yang berpengaruh padanya adalah gaya gesek dari karpet pada meja. Sebelum lebih jauh, perlu diketahui bahwa gerak bola tidak selalu menggelinding, namun kadang juga bergerak meluncur pada saat t tertentu.



terlihat (dari kanan ke kiri), bahwa ada waktu dimana bola mengalami gerak meluncur sebelum dia menggelinding.

Batas dimana dari gerak meluncur akan menjadi gerak rotasi, dapat diberikan oleh persamaan

$|\vec{v}_p| = R \cdot |\vec{\omega}|$ Pada persamaan ini, \vec{v}_p adalah batas kecepatan bola pada suatu titik kontak dengan karpet, R adalah jari-jari bola, dan ω adalah kecepatan sudut. Sehingga, untuk menghitung besarnya kecepatan pada suatu titik tersebut, kita jadikan persamaan diatas menjadi :

$\vec{v}_p = (\vec{\omega} \times \vec{R}) + \vec{v}$, dimana R disini merupakan vektor dari pusat bola ke titik yang bersinggungan dengan meja dan v kecepatan linier bola.

Karena dalam keadaan sebenarnya gaya gesek akan sangat berpengaruh, maka dengan memakai hukum kedua Newton mengenai Gaya gesek yang diwakili oleh persamaan

$\vec{F}_f = \mu_s m \vec{g}$, dimana μ_s merupakan gaya gesek, m massa benda, dan g adalah gaya gravitasi. Karena gaya gesek selalu berlawanan arah (vektor) dengan gerak benda, maka

$$\vec{F}_f = -\mu_s m \vec{g} \frac{\vec{v}_p}{|\vec{v}_p|} .$$

Dengan mengkombinasikan persamaan diatas dengan persamaan hukum Newton kedua, maka diperoleh

$$\vec{F}_f = m \vec{a}$$

$$-\mu_s m \vec{g} \frac{\vec{v}_p}{|\vec{v}_p|} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\Delta \vec{v} = -\mu_s \vec{g} \frac{\vec{v}_p}{|\vec{v}_p|} \Delta t$$

Dari persamaan tersebut, dapat kita cari kecepatan sudut untuk gerak meluncur, yaitu :

$$\vec{\tau}_f = I \vec{a}$$

$$\left[\vec{r} \times \left(-\mu_s m \vec{g} R \frac{\vec{v}_p}{|\vec{v}_p|} \right) \right] = \frac{2}{5} m R^2 \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

$$\Delta \omega = \frac{5}{2} \left[\vec{r} \times \left(-\mu_s m \vec{g} R \frac{\vec{v}_p}{|\vec{v}_p|} \right) \right] \frac{\Delta t}{m R^2}$$

Selain untuk gerak bola meluncur (sliding), persamaan ini juga bisa dipakai untuk menghitung kecepatan pada gerak bola yang berotasi, namun dengan nilai koefisien gesek yang berbeda. Hal ini dikarenakan gaya gesek gerak rotasi akan lebih kecil dengan gaya gesek pada gerak meluncur.

3. COLLISION DETECTION

Untuk mendeteksi adanya tumbukan antara 2 bola ataupun antara bola dengan sisi meja, kita menggunakan persamaan garis vektor untuk menggambarkan posisi bola pada waktu t .

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t$$

Dalam persamaan ini, r mewakili posisi dari bola, dengan r_0 adalah posisi awal dan v merupakan kecepatan bola. Untuk tumbukan antara dua bola, kita coba membuat persamaan posisi masing-masing bola dan menghitung waktu yang dibutuhkan kedua bola untuk saling berpisah.

$$\sqrt{(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)} = 2R$$

$$\sqrt{(\vec{r}_{01} - \vec{r}_{02}) \cdot (\vec{r}_{01} - \vec{r}_{02}) + (\vec{r}_{01} - \vec{r}_{02}) \cdot (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)t + (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \cdot (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)t^2} = 2R$$

Kita dapat menyederhanakannya dengan memisalkan :

$$a = (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \cdot (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)$$

$$b = (\vec{r}_{01} - \vec{r}_{02}) \cdot (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)$$

$$c = (\vec{r}_{01} - \vec{r}_{02}) \cdot (\vec{r}_{01} - \vec{r}_{02})$$

Sehingga persamaan tersebut menjadi :

$$at^2 + bt + c = 4R^2$$

Maka, untuk mencari t , kita menggunakan rumus akar persamaan kuadrat, yaitu :

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a(c - 4R^2)}}{2a}$$

4. COLLISIONS

Untuk tumbukan antar bola, pertama-tama kita perlu menghitung bidang normal tumbukan yang berupa garis penghubung antara 2 pusat bola. Jadi, cara termudah untuk menghitungnya yaitu:

$$\vec{n} = \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}$$

Langkah selanjutnya adalah membagi setiap vektor kecepatan kedalam *normal component* dan *tangential component*. *Normal component* untuk bola 2 akan searah dengan vektor normal, dan *normal component* untuk bola 1 akan berlawanan arah dengan vektor normal. Besarnya vektor normal ini dapat dihitung menggunakan perkalian *dot product*, seperti dibawah ini :

$$\vec{v}_{n_1} = [\vec{v}_1 \cdot (-\vec{n})](-\vec{n})$$

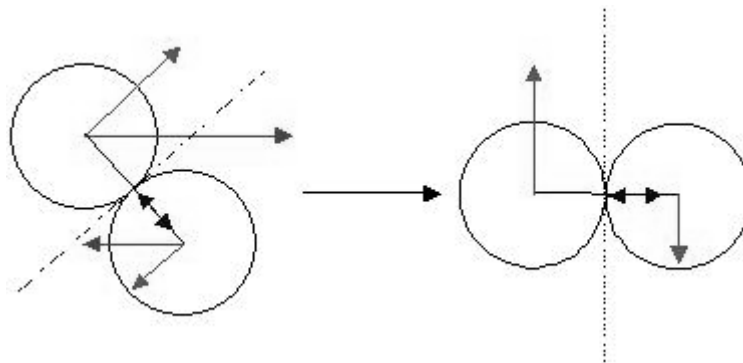
$$\vec{v}_{n_2} = [\vec{v}_2 \cdot \vec{n}]\vec{n}$$

Sedang untuk *tangential component*, kita menggunakan pengurangan vektor :

$$\vec{v}_{t_1} = \vec{v}_{n_1} - \vec{v}_1$$

$$\vec{v}_{t_2} = \vec{v}_{n_2} - \vec{v}_2$$

Selama tumbukan, komponen kecepatan tangensial tidak berubah. Dengan menggunakan komponen normal, kita dapat menganggap tumbukan tersebut merupakan 1 dimensi. Hal ini ditunjukkan pada gambar dibawah ini. Anak panah merah mewakili vektor kecepatan sesaat sebelum tumbukan. Panah biru menunjukkan komponen vektor normal, dan panah hijau menunjukkan komponen tangensial dari vektor tersebut, serta garis titik-titik merupakan bidang tumbukan.



Untuk menyelesaikan permasalahan 1 dimensi, kita kembali menggunakan hukum kedua Newton.

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{m\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

mv adalah momentum linear dari bola, dilambangkan dengan huruf p . Karena gaya total sama dengan nol pada dua bola selama tumbukan, maka Δp adalah 0. Ini dikenal sebagai konsep *kekekalan momentum linier*, yang menyatakan bahwa momentum total sistem akan tetap konstan tanpa adanya pengatur dari gaya luar. Sehingga diperoleh persamaan :

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'$$

$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}_1' + \vec{v}_2'$$

Karena massa dari semua bola adalah sama, kita dapat mengeliminasi m pada persamaan diatas. Dengan menggunakan konsep kekekalan energi kinetik, kita dapat menghitung v_1' dan v_2' .

$$\frac{1}{2} m_1 \vec{v}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \vec{v}_2^2 = \frac{1}{2} m_1 \vec{v}_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 \vec{v}_2'^2$$

$$\vec{v}_1^2 + \vec{v}_2^2 = (\vec{v}_1 + \vec{v}_2 - \vec{v}_2')^2 + \vec{v}_2'^2$$

$$\vec{v}_1^2 + \vec{v}_2^2 = \vec{v}_1^2 + \vec{v}_2^2 + \vec{v}_2'^2 + 2\vec{v}_1\vec{v}_2 - 2\vec{v}_1\vec{v}_2' - 2\vec{v}_2\vec{v}_2' + \vec{v}_2'^2$$

$$\vec{v}_2'^2 - \vec{v}_1\vec{v}_2' - \vec{v}_2\vec{v}_2' + \vec{v}_1\vec{v}_2 = 0$$

$$(\vec{v}_2' - \vec{v}_1)(\vec{v}_2' - \vec{v}_2) = 0$$

Dari persamaan tersebut, diperoleh dua buah solusi, namun hanya satu solusi yang mungkin untuk dipakai. Oleh karena itu, perkiraan total elastisitas dalam bola :

$$\vec{v}_2' = \vec{v}_1, \text{ and } \vec{v}_1' = \vec{v}_2$$

Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil adalah :

1. Olahraga Billiard tidak bisa lepas dari konsep-konsep fisika.
2. Ketepatan seorang pemain dalam memukul, sangatlah dipengaruhi bagaimana ia bisa mengontrol gaya yang ia keluarkan untuk mengatur kecepatan gerak bola.
3. Jarak tarikan tongkat kebelakang saat hendak memukul bola, menentukan seberapa besar gaya yang akan diterima oleh bola.

Daftar pustaka

<http://archive.ncsa.illinois.edu/Classes/MATH198/townsend/math.html>

<http://www.faculty.uaf.edu/ffdjw/211/2007/billiards/Physics%20of%20Billiards.html>

<http://www.real-world-physics-problems.com/physics-of-billiards.html>

<http://www.123helpme.com/view.asp?id=153478>